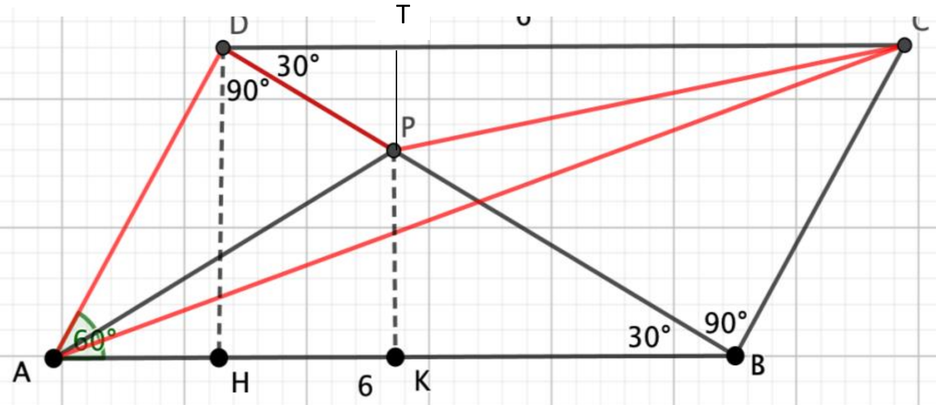
BENEDETTO VARCHI
Montevarchi

IL PROBLEMA DEL MESE

QUESITO DI MATEMATICA PER IL TRIENNIO

SOLUZIONE



L'area del quadrilatero ACPD è $\mathbf{3\sqrt{3}}$.

Innanzitutto, considerando il triangolo ABD, si nota che è metà triangolo equilatero e quindi se AB = 6, AD sarà la sua metà (AD = 3) e DB sarà $3\sqrt{3}$. Anche ADH è metà triangolo equilatero e si avrà $AD = 3$, $AH = \frac{3}{2}$ e $DH = \frac{3}{2}\sqrt{3}$. Inoltre, $A\hat{B}D = B\hat{D}C = 30°$ e $C\hat{B}D = B\hat{D}A = 90°$ per angoli alterni interni.

Il quadrilatero ACPD è la differenza dei triangoli ACD e PDC. L'area di ACD è calcolabile come DC per l'altezza DH quindi $A_{ACP} = 6\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{1}{2} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$.

PD è una mediana (P è il baricentro) che contiene il vertice quindi, per un noto teorema,

$$PD = \frac{2}{3}DO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{3}3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

Anche PDT è metà triangolo equilatero e quindi $PT = \frac{\sqrt{3}}{2}$, da cui l'area di PDC:

$$A_{DCP} = 6\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

Perciò $A_{ACPD} = A_{ACP} - A_{DCP} = \frac{9}{2}\sqrt{3} - \frac{3}{2}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$